

## Κεφάλαιο 8

# Φωτισμός (Illumination)

### 8.1 Βασικοί ορισμοί και παραδοχές

Με τον όρο *Φωτισμός* εννοούμε τη διαδικασία υπολογισμού της έντασης της φωτεινής ακτινοβολίας που προσλαμβάνει ο θεατής (π.χ. μία κάμερα) από ένα συγκεκριμένο σημείο αντικειμένου που βρίσκεται στο οπτικό του πεδίο. Η φωτεινή ακτινοβολία μπορεί να προέρχεται από ανάκλαση, διάχυση, διάθλαση, αυτοφωτισμό. Μεθοδολογικά οι μέθοδοι υπολογισμού του φωτισμού χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: (α) τις ευριστικές αλλά ελκυστικά απλές μεθόδους και (β) αυτές που προσομοιώνουν μοντέλα φυσικής οπτικής. Οι δεύτερες παρέχουν πολύ φυσικότερα αποτελέσματα με κόστος αρκετά μεγαλύτερη πολυπλοκότητα.

### 8.2 Απλά (ευριστικά) μοντέλα φωτισμού

#### 8.2.1 Αυτοφωτισμός

$$I_{\lambda} = k_{i\lambda} , \quad (8.1)$$

όπου  $I_{\lambda}$  η προσλαμβανόμενη φωτεινότητα σε μήκος κύματος  $\lambda$  λόγω του συντελεστή εσωτερικής φωτεινότητας  $k_{i\lambda}$ .

#### 8.2.2 Διάχυτο φως από το περιβάλλον (ambient light)

$$I_{\lambda} = I_{a\lambda} k_{a\lambda} , \quad (8.2)$$

όπου ο συντελεστής ανάκλασης διάχυτου φωτός,  $k_{a\lambda}$ , αποτελεί χαρακτηριστικό της ανακλαστικής επιφάνειας στην οποία ανήκει το μελετούμενο σημείο και  $I_{a\lambda}$  είναι η ένταση του διάχυτου φωτισμού

που επικρατεί στο χώρο που βρίσκεται η ίδια επιφάνεια. Το προσλαμβανόμενο διάχυτο φως δεν εξαρτάται από τον προσανατολισμό της επιφάνειας ούτε από τη γωνία θέασής της. Στις εικόνες του Σχήματος 8.5 εμφανίζονται τρία παραδείγματα αυτοφωτισμού μίας σφαιρικής επιφάνειας. Και στις τρεις περιπτώσεις υποθέτουμε λευκό διάχυτο φως έντασης  $I_a = 1.0$ . Ο συντελεστής ανάκλασης διάχυτου φωτός της σφαιρικής επιφάνειας,  $k_a$ , παίρνει τις τιμές 0.5, 0.7 και 0.9. Αξίζει να επισημανθεί, για την κατανόηση των τιμών των παραμέτρων, ότι αν ήταν  $I_a = 1.0$  και  $k_a = 1.0$  η σφαίρα θα αποκτούσε χρώμα απολύτως λευκό<sup>1</sup>.

### 8.2.3 Διάχυτη ανάκλαση (diffuse reflection - Lambertian reflection)

Ο φωτισμός του είδους αυτού προέρχεται από ανάκλαση φωτεινών ακτίνων προερχόμενων στην απλούστερη περίπτωση από σημειακή πηγή σε επιφάνεια που λόγω της τραχειάς υφής της διαχέει το φως προς όλες τις κατευθύνσεις σύμφωνα με το νόμο του Lambert. Ειδικότερα, σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, μία στοιχειώδης περιοχή  $dE$  περί το υπό εξέταση σημείο  $P$  ανακλά προς μία συγκεκριμένη κατεύθυνση, φωτεινή ισχύ,

$$I_\lambda \propto dE \cos b \quad (8.3)$$

όπου  $b$  η γωνία θέασης που σχηματίζεται μεταξύ του μοναδιαίου διανύσματος  $\hat{N}$  που είναι κάθετο στην επιφάνεια επί του σημείου  $P$  και του μοναδιαίου διανύσματος  $\hat{V}$  που δείχνει προς τον παρατηρητή. Αν εξετάσουμε όμως ένα στοιχειώδη κύλινδρο διατομής  $dA$  με κατεύθυνση από το σημείο  $P$  προς τον παρατηρητή, ισχύει ότι,

$$dE = \frac{dA}{\cos b}, \quad (8.4)$$

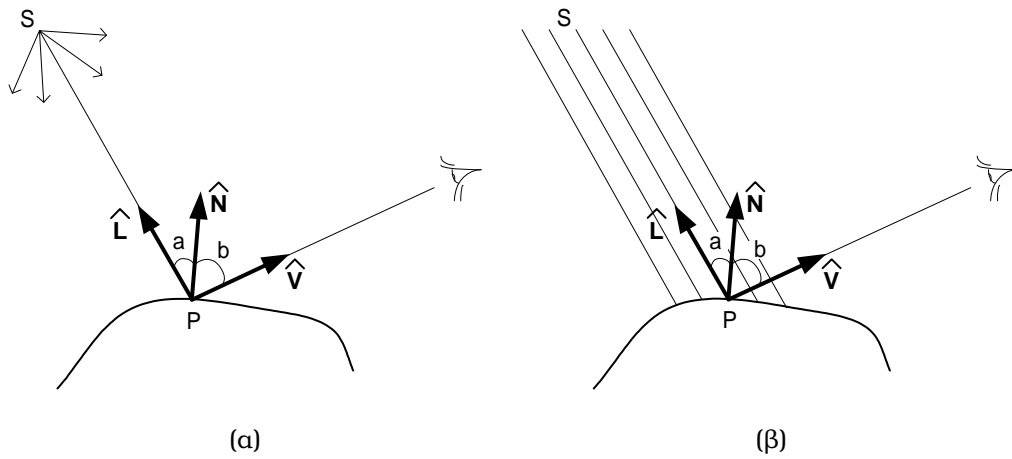
οπότε από το συνδυασμό των εξισώσεων (8.3) και (8.4) προκύπτει ότι η προσλαμβανόμενη από τον παρατηρητή φωτεινή ισχύς δεν εξαρτάται από τη γωνία θέασης  $b$  (βλ. Σχήμα 8.2).

Αντιθέτως, η προσλαμβανόμενη φωτεινότητα  $I_\lambda$  εξαρτάται μόνο από τη γωνία πρόσπτωσης  $\alpha$  της ακτίνας στο εξεταζόμενο σημείο,  $P$ . Η γωνία  $\alpha$  ισούται με τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του μοναδιαίου διανύσματος  $\hat{L}$  που έχει κατεύθυνση παράλληλη προς την προσπίπτουσα φωτεινή ακτίνα και του μοναδιαίου διανύσματος  $\hat{N}$  (βλ. Σχήμα 8.1). Συγκεκριμένα,

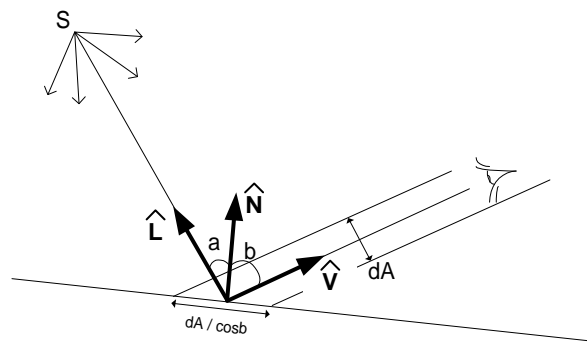
$$I_\lambda = I_{p\lambda} k_{d\lambda} \cos \alpha = I_{p\lambda} k_{d\lambda} (\hat{N} \cdot \hat{L}), \quad (8.5)$$

για  $\alpha \in [-\pi/2, \pi/2]$  ή ισοδύναμα  $\cos \alpha = \hat{N} \cdot \hat{L} > 0$ . Στην εξ. (8.5),  $I_{p\lambda}$  είναι η ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας μήκους κύματος  $\lambda$  και  $k_{d\lambda} \in [0, 1]$  ο *συντελεστής διάχυτης ανάκλασης*

<sup>1</sup>Σε αυτό και σε όλα τα παραδείγματα που ακολουθούν το background θα έπρεπε να εμφανίζεται μαύρο αντί για λευκό καθώς δεν περιέχει ανακλαστικά στοιχεία. Παρουσιάζεται, ωστόσο, κατά παρέκκλιση λευκό για προφανείς οικολογικούς-οικονομικούς λόγους



Σχήμα 8.1: Ανάκλαση φωτός που προέρχεται από (α) σημειακή πηγή  $S$  και (β) από παράλληλη φωτεινή δέσμη (ισοδύναμη σημειακή πηγή σε άπειρη απόσταση).



Σχήμα 8.2: Η γωνία θέασης δεν επηρεάζει την προσλαμβανόμενη φωτεινότητα σύμφωνα με το μοντέλο διάχυσης του Lambert.

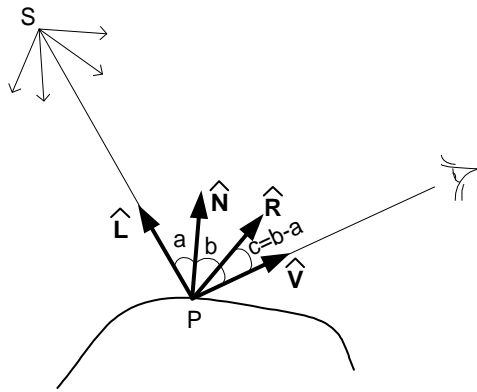
για το ίδιο μήκος κύματος. Η ένταση  $I_{p\lambda}$  χαρακτηρίζει την φωτεινή πηγή ενώ ο συντελεστής  $k_{d\lambda}$  την υφή της επιφάνειας στην οποία ανήκει το εξεταζόμενο σημείο  $P$ .

Για την περίπτωση σημειακών πηγών, το μοντέλο της εξ. (8.5) μπορεί να τροποποιηθεί ώστε να λαμβάνει υπόψη την απόσταση της πηγής από το σημείο πρόσπτωσης:

$$I_{\lambda} = I_{p\lambda,0} f_{att} k_{d\lambda} (\hat{N} \cdot \hat{L}), \quad (8.6)$$

όπου ο συντελεστής εξασθένησης  $f_{att} = 1/d^2$  και  $d = |SP|$  η απόσταση της σημειακής πηγής  $S$  από το σημείο  $P$ . Με  $I_{p\lambda,0}$  συμβολίζεται η ένταση της φωτεινής πηγής σε απόσταση  $d = 1$ . Σε ορισμένες περιπτώσεις αντί της προηγούμενης έκφρασης, χρησιμοποιείται για το συντελεστή εξασθένησης η μορφή  $f_{att} = \min(\frac{1}{c_1 + c_2 d + c_3 d^2}, 1)$  όπου οι σταθερές  $c_1, c_2, c_3$  επιλέγονται ώστε να επιτυγχάνεται καλύτερο αισθητικό αποτέλεσμα ενώ λαμβάνεται μέριμνα ώστε  $0 \leq f_{att} \leq 1$ .

Ένα παράδειγμα της λειτουργίας του μοντέλου διάχυτης ανάκλασης παρουσιάζεται στο Σχήμα 8.6. Σε σφαιρική επιφάνεια ακτίνας  $\rho = 1$  και κέντρο στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων, προσπίπτει λευκό φως έντασης  $I_{p,0} = 1$  προερχόμενο από σημειακή πηγή. Η σχετική θέση



Σχήμα 8.3: Σύμφωνα με το μοντέλο του Phong το σημείο  $P$  εκπέμπει φωτεινή ακτινοβολία ακόμη και προς γωνίες θέασης  $b$  που δεν ταυτίζονται με τη γωνία πρόσπτωσης  $a$ .

της σφαίρας, της πηγής και του παρατηρητή φαίνεται στο Σχήμα 8.4. Στα τρία παραδείγματα ο συντελεστής διάχυτης ανάκλασης,  $k_d$ , είχε αντίστοιχα τιμές .5, .7 και .9 και ήταν ανεξάρτητος του μήκους κύματος.

#### 8.2.4 Κατοπτρική ανάκλαση

Το μοντέλο αυτό προσεγγίζει το φωτισμό που παράγεται από την πρόσπτωση φωτός σε *γυαλιστερές* επιφάνειες.

Ιδανική περίπτωση γυαλιστερής επιφάνειας αποτελούν τα τέλεια κάτοπτρα για τα οποία η φωτεινή ακτινοβολία που φτάνει στον παρατηρητή από το σημείο  $P$  υπακούει στη σχέση:

$$I_{\lambda} = I_{p\lambda} k_{s\lambda} \delta(b - a) , \quad (8.7)$$

δηλαδή ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται φωτισμό μη-μηδενικής έντασης  $I_{p\lambda} k_{s\lambda}$  μόνο όταν η γωνία θέασης  $b$  ισούται με τη γωνία προσπτώσεως  $a$ . Ο συντελεστής κατοπτρικής ανάκλασης,  $k_{s\lambda}$ , αντιστοιχεί στο κλάσμα της ακτινοβολίας που ανακλάται από την επιφάνεια (για το συγκεκριμένο μήκος κύματος  $\lambda$ ).

Το μοντέλο του ιδανικού ανακλαστήρα της εξ. (8.7) γενικεύεται σε μη ιδανικούς ανακλαστήρες οι οποίοι επιτρέπουν τη διασπορά ανακλώμενης φωτεινής ακτινοβολίας και σε παράπλευρες γωνίες θέασης  $b \neq a$ :

$$I_{\lambda} = I_{p\lambda} k_{s\lambda} \cos(b - a)^n , \quad (8.8)$$

Το μοντέλο της εξ. (8.8) οφείλεται στον Phong. Η ακέραια σταθερά  $n$  καθορίζει το βαθμό διασποράς των ανακλώμενων ακτίνων. Όταν  $n \rightarrow \infty$  το μοντέλο της εξ. (8.8) τείνει σε αυτό της (8.7).

Με αναφορά στο σχήμα 8.3, αν  $\hat{R}$  είναι το διάνυσμα που περιγράφει την ευθεία της ιδανικής ανάκλασης (δηλ., το  $\hat{R}$  είναι συμμετρικό του  $\hat{L}$  ως προς το  $\hat{N}$ ), η γωνία  $b - a$  ισούται με τη γωνία

μεταξύ των  $\hat{R}$  και  $\hat{V}$ , οπότε  $\cos(b - a) = \hat{R} \cdot \hat{V}$ . Εύκολα μπορεί να ελεγχθεί ότι  $\hat{R} \cdot \hat{V} = (2\hat{N}(\hat{N} \cdot \hat{L}) - \hat{L}) \cdot \hat{V}$  οπότε η εξ. (8.8) γράφεται:

$$\begin{aligned} I_{\lambda} &= I_{p\lambda} k_{s\lambda} (\hat{R} \cdot \hat{V})^n \\ &= I_{p\lambda} k_{s\lambda} ((2\hat{N}(\hat{N} \cdot \hat{L}) - \hat{L}) \cdot \hat{V})^n, \end{aligned} \quad (8.9)$$

Στο Σχήμα 8.7(α-γ) παρουσιάζονται παραδείγματα της λειτουργίας του μοντέλου κατοπτρικής ανάκλασης. Χρησιμοποιείται η διάταξη αντικειμένου - πηγής - θεατή του Σχήματος 8.4. Κατά σειρά στα τρία παραδείγματα ο συντελεστής διάχυτης ανάκλασης,  $k_s$ , είχε τιμές .5, .7 και .9 και ήταν ανεξάρτητος του μήκους κύματος ενώ ο εκθέτης του Phong ήταν  $n = 3$ .

### 8.2.5 Το συνολικό μοντέλο φωτισμού

Συγκεντρώνοντας όρους από τα επιμέρους μοντέλα φωτισμού προκύπτει το ακόλουθο συνοπτικό μοντέλο:

$$I_{\lambda} = k_{i\lambda} + I_{a\lambda} k_{a\lambda} + \sum_{k=1}^N [I_{p\lambda,0}^k f_{att}^k [k_{d\lambda} (\hat{N} \cdot \hat{L}^k) + k_{s\lambda} (\hat{R}^k \cdot \hat{V})^n]] \quad (8.10)$$

στο οποίο έχουν συμπεριληφθεί  $N$  φωτεινές πηγές.

Η εξ. (8.10) αναφέρεται σε υπολογισμούς που αφορούν ένα συγκεκριμένο μήκος κύματος  $\lambda$ . Αν οι πηγές είναι πολυχρωματικές, ο συνολικός φωτισμός υπολογίζεται για το σύνολο των παρόντων μηκών κύματος ως:

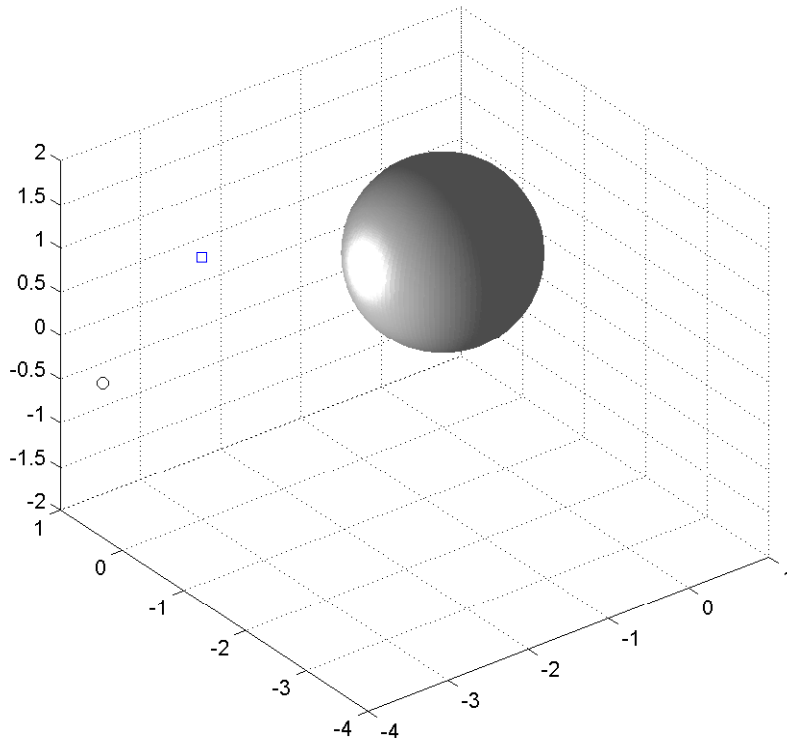
$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{\lambda_1} \\ I_{\lambda_2} \\ \vdots \\ I_{\lambda_{\Lambda}} \end{bmatrix}, \quad (8.11)$$

όπου  $\Lambda$  το πλήθος των παρόντων φωτεινών συνιστωσών και  $\lambda_l$ ,  $l = 1 \dots \Lambda$  τα αντίστοιχα μήκη κύματος. Πρακτικά, όταν για παράδειγμα χρησιμοποιείται το σύστημα χρωματικών συντεταγμένων  $RGB$  η παραπάνω εξίσωση γίνεται

$$\mathbf{I}_{RGB} = \begin{bmatrix} I_R \\ I_G \\ I_B \end{bmatrix}. \quad (8.12)$$

Στα Σχήματα 8.8 και 8.9 παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της συνδυασμένης χρήσης των μοντέλων φωτισμού από το περιβάλλον, διάχυτης ανάκλασης και κατοπτρικής ανάκλασης στη σφαιρική επιφάνεια που χρησιμοποιήθηκε και προηγουμένως.

Οι εικόνες 8.8(α-γ) αντιστοιχούν σε τρεις διαφορετικές θέσεις του παρατηρητή ενώ οι παράμετροι της πηγής και της φωτιζόμενης επιφάνειας παραμένουν αμετάβλητες: Ένταση διάχυτης φωτεινής

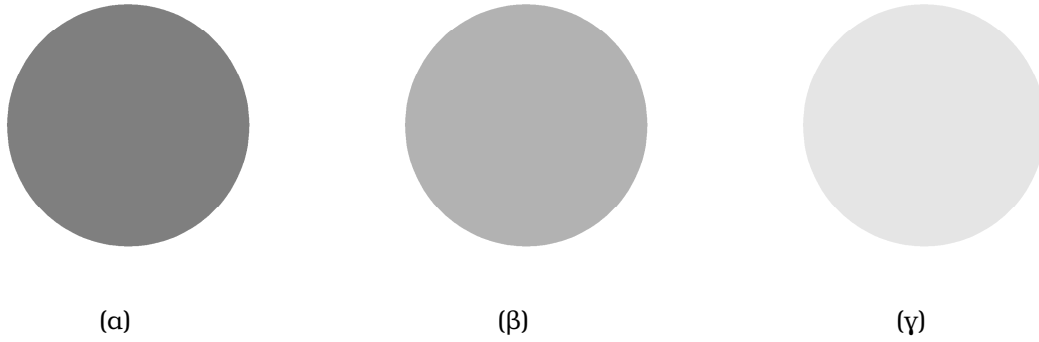


Σχήμα 8.4: Η διάταξη σφαιρικού αντικειμένου ακτίνας  $\rho = 1$ , με κέντρο  $[0, 0, 0]^T$ , πηγής λευκού φωτός (○) στη θέση  $[-4.24, 0, 0]^T$  και παρατηρητή (□) στη θέση  $[-3, -3, 0]^T$  που χρησιμοποιήθηκε στα παραδείγματα.

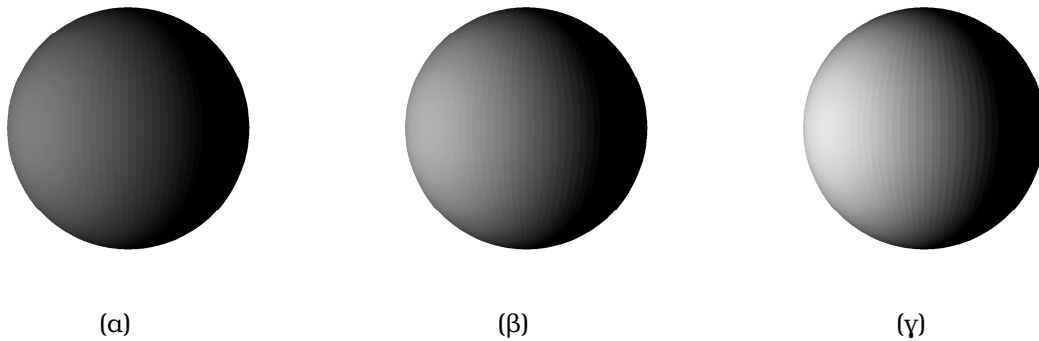
ακτινοβολίας  $I_a = 1$ , ένταση λευκής σημειακής φωτεινής πηγής  $I_{p,0} = 1$  και συντελεστές ανακλαστικότητας της επιφάνειας  $k_a = 0.3$ ,  $k_d = 0.5$ ,  $k_s = 0.7$ . Ο εκθέτης του Phong  $n = 3$ .

Στην εικόνα του Σχήματος 8.9 οι παραπάνω παράμετροι διατηρούνται εκτός του εκθέτη του Phong που γίνεται  $n = 9$ . Η αλλαγή αυτή έχει σαν αποτέλεσμα να συρρικνωθεί η περιοχή που φωτίζεται λόγω ανάκλασης όπως άλλωστε αναμενόταν καθώς όσο μεγαλώνει το  $n$  το μοντέλο του Phong τείνει στο ιδανικό ανακλαστή.

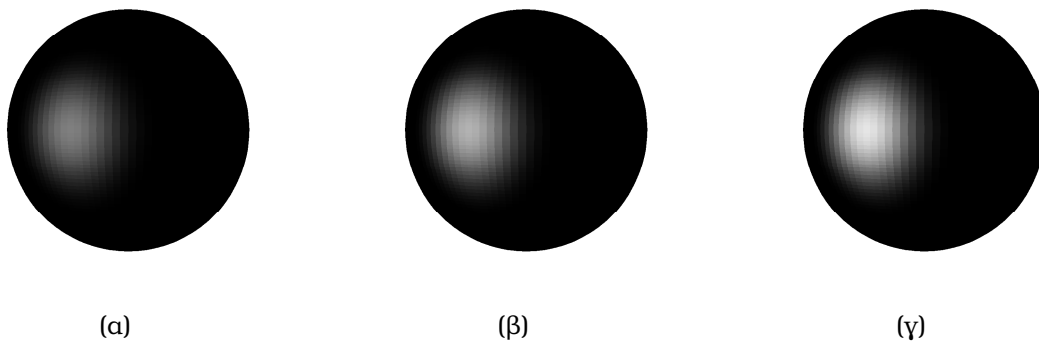
Το επόμενο παράδειγμα επιδεικνύει τη συνύπαρξη πολλαπλών πηγών που εκπέμπουν από διαφορετική θέση και σε διαφορετικό μήκος κύματος (χρώμα). Χρησιμοποιήθηκε η διάταξη του Σχήματος 8.10 με τρεις μονοχρωματικές πηγές διατεταγμένες ως εξής: Η κόκκινη, έντασης  $I_{0,R} = 1$  στη θέση  $[-4.24, 0, 0]^T$ , η πράσινη, έντασης  $I_{0,G} = 1$  στη θέση  $[-3.5, -3.5, 0]^T$  και η μπλέ, έντασης  $I_{0,B} = 1$  στη θέση  $[0, -4.24, 0]^T$ . Επιπλέον ο διάχυτος περιβαλλοντικός φωτισμός ήταν λευκός με ένταση  $I_a = 1$ . Ο θεατής τοποθετήθηκε στη θέση  $[-3, 0, 1]^T$ . Οι συντελεστές ανάκλασης της επιφάνειας ήταν ανεξάρτητες του μήκους κύματος και είχαν τιμές  $k_a = 0.3$ ,  $k_d = 0.5$ ,  $k_s = 0.7$ . Ο εκθέτης του Phong  $n = 9$ .



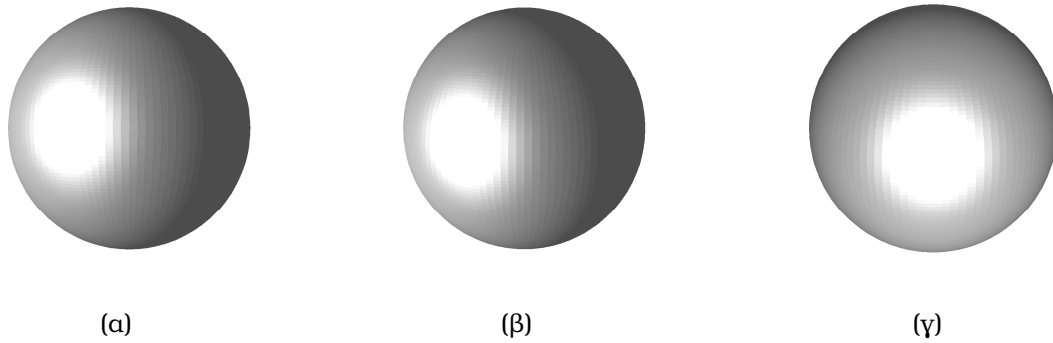
Σχήμα 8.5: Φωτισμός από διάχυτο φως του περιβάλλοντος έντασης  $I_a = 1.0$ . (α)  $k_a = 0.5$ , (β)  $k_a = 0.7$ , (γ)  $k_a = 0.9$ .



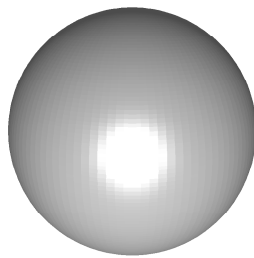
Σχήμα 8.6: Φωτισμός από διάχυτη ανάκλαση. Η ένταση της σημειακής πηγής είναι  $I_{p,0} = 1$ , δεν λαμβάνεται υπόψη η εξασθένιση λόγω απόστασης ( $f_{att} = 1$ ), και οι συντελεστές διάχυτης ανάκλασης είναι κατά περίπτωση (α)  $k_d = 0.5$ , (β)  $k_d = 0.7$ , (γ)  $k_d = 0.9$ .



Σχήμα 8.7: Φωτισμός από κατοπτρική ανάκλαση. Η ένταση της σημειακής πηγής είναι  $I_{p,0} = 1$ , δεν λαμβάνεται υπόψη η εξασθένιση λόγω απόστασης ( $f_{att} = 1$ ), ο παρατηρητής βρίσκεται σε όλα τα παραδείγματα στην ίδια θέση με συντεταγμένες  $[-3, -3, 0]^T$ , και οι συντελεστές διάχυτης ανάκλασης είναι κατά περίπτωση (α)  $k_s = 0.5$ , (β)  $k_s = 0.7$ , (γ)  $k_s = 0.9$ .

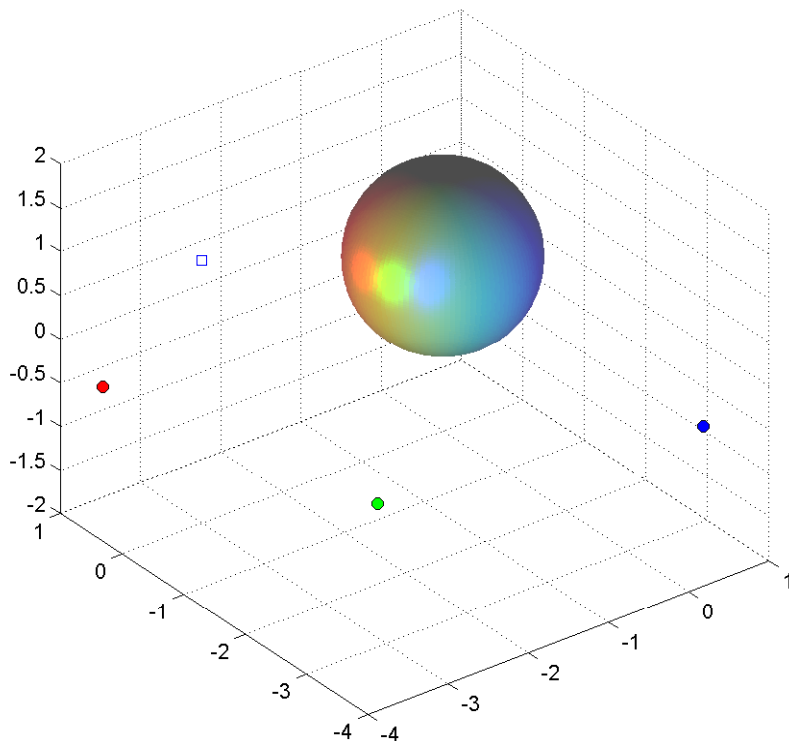


Σχήμα 8.8: Συνδυασμός φωτισμού από το περιβάλλον, διάχυτης και κατοπτρικής ανάκλασης από λευκή σημειακή πηγή. Η ένταση της σημειακής πηγής είναι  $I_{p,0} = 1$ , δεν λαμβάνεται υπόψη η εξασθένιση λόγω απόστασης ( $f_{att} = 1$ ), οι τιμές των παραμέτρων είναι  $k_a = 0.3$ ,  $k_d = 0.5$ ,  $k_s = 0.7$  και  $n = 3$  ενώ ο παρατηρητής βρίσκεται κατά περίπτωση στις θέσεις (α)  $[-3, -3, 0]^T$ , (β)  $[-3, 0, 1]^T$  και (γ)  $[-3, 0, 1]^T$ .

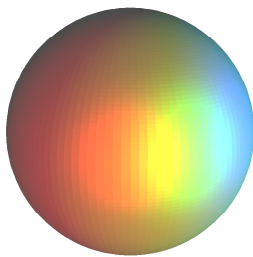


Σχήμα 8.9: Επανάληψη του παραδείγματος του Σχήματος 8.8.γ με  $n = 9$ .





Σχήμα 8.10: Η διάταξη σφαιρικού αντικειμένου, τριών πηγών (R, G, B) (ο) και παρατηρητή (□) που χρησιμοποιήθηκε στο παράδειγμα.



Σχήμα 8.11: Συνδυασμός φωτισμού από το περιβάλλον, διάχυτης και κατοπτρικής ανάκλασης από τρεις μονοχρωματικές πηγές χρώματος κόκκινου, πράσινου, μπλέ έντασης  $I_{p,0} = 1$ . Οι παράμετροι του σύνθετου μοντέλου είναι  $k_a = 0.3$ ,  $k_d = 0.5$ ,  $k_s = 0.7$  και  $n = 3$  και ο παρατηρητής βρίσκεται στη θέση  $[-3, 0, 1]^T$ .

### **8.3 Μοντέλα φωτισμού με βάση τη φυσική οπτική**

(Η ΕΝΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΔΕΝ ΘΑ ΠΕΡΙΛΗΦΘΕΙ ΣΤΙΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΤΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2003.)